№ 2 | февраль 2023

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК
ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 2
февраль 2023

КАК БЕГАТЬ ПО ПОТОЛКУ?

ЭЛЛИПС, ГИПЕРБОЛА И ПАРАБОЛА

МИГАЮЩИЕ ТОЧКИ

Enter

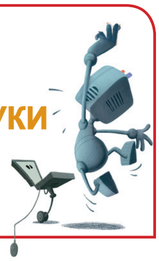
НАШИ НАГРАДЫ

В 2022 году ХУДОЖНИКИ «КВАНТИКА»

стали лауреатами конкурса Российской академии наук

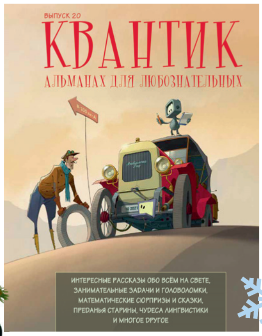
ЗА ЛУЧШИЕ РАБОТЫ В ОБЛАСТИ ПОПУЛЯРИЗАЦИИ НАУКИ

(в номинации «Лучший художник, иллюстратор, дизайнер научно-популярного проекта»)



НАШИ НОВИНКИ

АЛЬМАНАХ ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ «КВАНТИК», выпуск 20
включает в себя
все материалы журналов «Квантик»
за II полугодие 2021 года



КАЛЕНДАРЬ ЗАГАДОК
от журнала «КВАНТИК» на 2023 год –
настенный перекидной календарь
с занимательными задачами-картинками

Приобрести продукцию «КВАНТИКА»
можно в магазине **«Математическая книга»** (г. Москва, Большой Власьевский пер., д.11),
в интернет-магазинах: biblio.mccme.ru, kvantik.ru, my-shop.ru, ozon.ru, WILDBERRIES, Яндекс.маркет
и других (полный список магазинов на **kvantik.com/buy**)

ПОДПИСКА НА ЖУРНАЛ «КВАНТИК» на 1-е полугодие 2023 года

- **в почтовых отделениях по электронной версии каталога Почты России:**

индекс **ПМ068** – по месяцам полугодия

- **онлайн-подписка на сайтах:**

Почты России:
podpiska.pochta.ru/press/ПМ068

агентства АРЗИ: **akc.ru/itm/kvantik**

онлайн вы можете оформить подписку и для своих друзей, знакомых, родственников в разных регионах России

Подробнее обо всех вариантах подписки см. **kvantik.com/podpiska**

www.kvantik.com

kvantik@mccme.ru
t.me/kvantik12
vk.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com

Журнал «Квантик» № 2, февраль 2023 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С.А. Дориченко
Редакция: В.Г. Асташкина, Т.А. Корчемкина, Е.А. Котко, Г.А. Мерзон, М.В. Прасолов, Н.А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р.К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Мария Усеинова

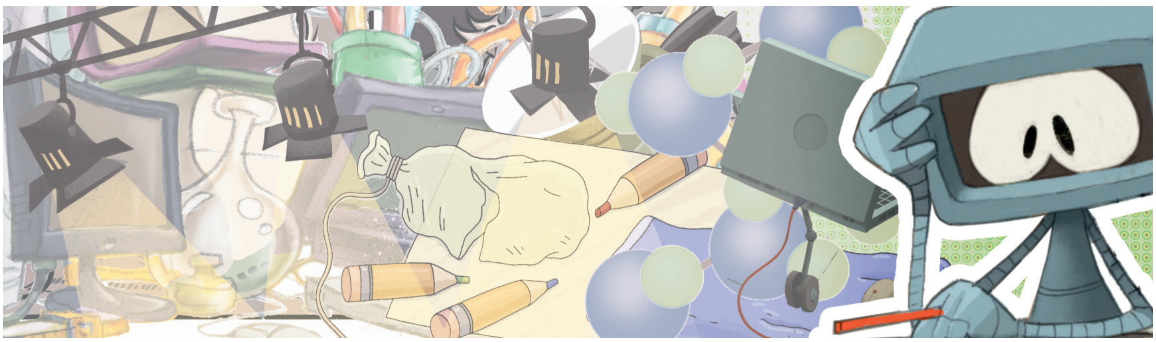
Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**
Подписка на журнал в отделениях почтовой связи
- **Почта России:** Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
- **Почта Крыма:** Каталог периодических изданий Республики Крым и г. Севастополя (индекс **22923**)
- **Белпошта:** Каталог «Печатные СМИ. Российская Федерация. Казахстан» (индексы **14109** и **141092**)

Онлайн-подписка на сайтах
- Почта России: **podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**
- агентство АРЗИ: **akc.ru/itm/kvantik**
- Белпошта: **kvan.tk/belpost**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31**
и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 10.01.2023
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

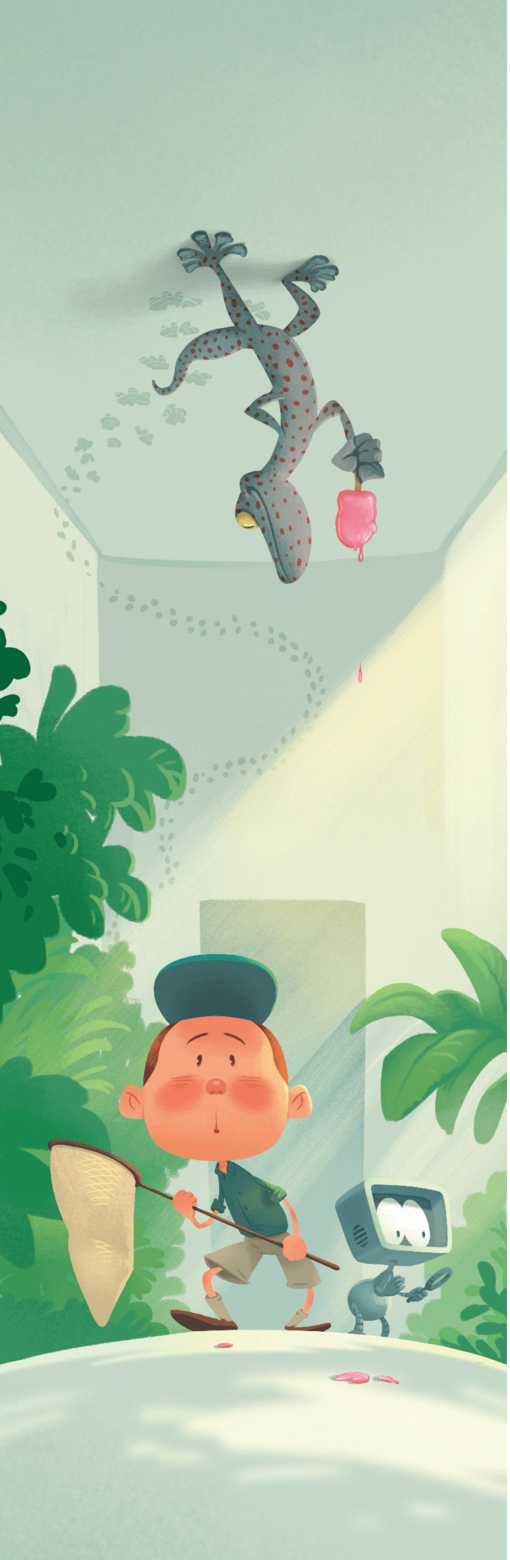
6+

СОДЕРЖАНИЕ



КАК БЕГАТЬ ПО ПОТОЛКУ?

Григорий Идельсон



Мадагаскарский плоскохвостый геккон
Фото: Wikimedia.org, TimVickers

Гекконы, как известно, умеют бегать по стенам и даже по потолку. Долгое время было совершенно непонятно, как они это делают. В качестве объяснения предлагались разные механизмы: клей, присоски, крючочки, которые цепляются за шероховатости в стене, капиллярные силы, электростатические силы. Все эти варианты были отвергнуты: никакого клея на лапках у геккона нет, никаких следов он не оставляет. Нет и вакуумных присосок: геккону не требуется никаких усилий, чтобы оторвать лапку от стены, бегает он очень быстро. Дело и не в шероховатостях стены: он прекрасно держится на гладком стекле. Капиллярные силы были отвергнуты опытами: геккон одинаково хорошо держится на смачиваемой и на несмачиваемой поверхности. Специальными опытами с ионизированной плазмой продемонстрировали, что электростатические взаимодействия ни при чём.

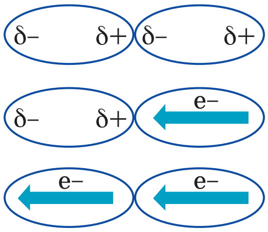
Доказано, что геккон держится за счёт вандерваальсовых взаимодействий, то есть за счёт очень слабых взаимодействий между молекулами.

Что такое вандерваальсовы взаимодействия? Проще всего это объяснить на примере притяжения двух полярных молекул. Молекулы могут быть незаряжены, но при этом *полярны*. Поясним, что это такое, на примере. В молекуле воды атом кислорода немного перетягивает к себе электроны, и эта сторона оказывается немного отрицательно заряженной. А та сторона, где атомы водорода, – соответственно, положительно заряженной. Такие частицы, внутри которых заряд распределён по двум полюсам, называются *диполями*. Значок δ+ означает, что в этой части молекулы не целый положительный заряд, а просто электроны немного смещены, и в этой части молекулы небольшой положительный заряд.

Если диполи оказываются рядом, они поворачиваются друг к другу так, что положительная часть одной молекулы оказывается рядом с отрицательной частью другой. При этом расстояние между δ+ и δ– окажется меньше, чем расстояние между δ+ и соседней δ+. А ведь электрические силы уменьшаются с расстоянием. И поэтому два таких диполя, то есть две полярные молекулы, будут притягиваться.

Оказывается, молекулы будут притягиваться, даже если только одна из молекул полярна. Это происходит потому, что в неполярной молекуле электроны могут немного смещаться туда или сюда, и под действием электрического поля соседнего диполя они сместятся: неполярная молекула превратится в так называемый *наведённый диполь*.

Более того, если обе молекулы неполярны, электроны в них тоже случайным образом сдвигаются туда или сюда, и, если в какое-то мгновение они сместятся в одну сторону, там на это мгновение образуется *мгновенный диполь*. И такой мгновенный диполь на это мгновение может навести диполь на соседней молекуле. И они тоже будут притягиваться. Разумеется, в такой ситуации невозможно сказать, кто из них мгновенный, а кто наведённый. Важно, что заряды в обеих молекулах будут сдвигаться синхронно.



Притяжение двух диполей

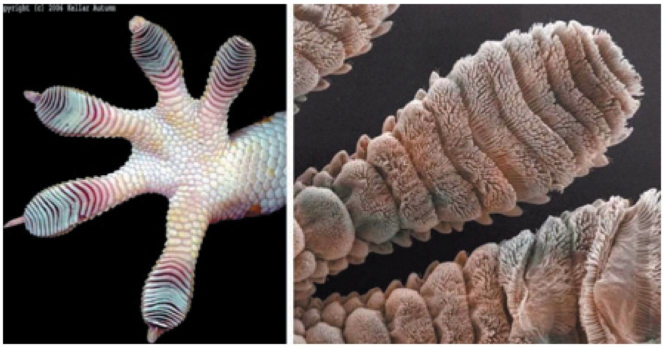
Притяжение диполя и наведённого диполя

Притяжение мгновенного и наведённого диполей

Вандерваальсовы силы – очень слабые, слабее всех других сил между молекулами. И главное – они действуют только на очень близком расстоянии. Энер-

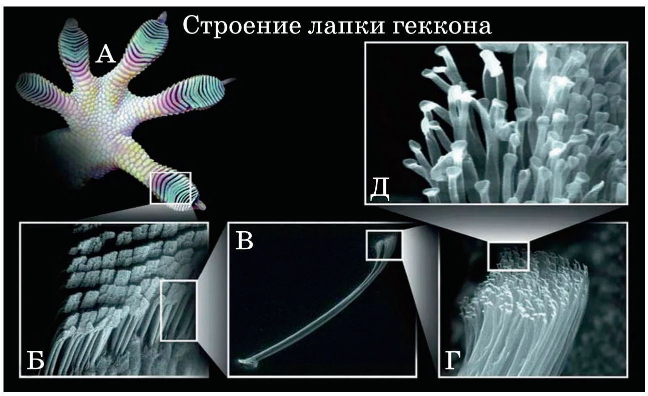
гия вандерваальсовых взаимодействий обратно пропорциональна шестой степени расстояния между молекулами. Это значит, что если расстояние между молекулами увеличится в 2 раза, то энергия притяжения уменьшится в $2^6 = 64$ раза, а сила взаимодействия – в $2^7 = 128$ раз.

А ведь поверхности, по которым надо ходить геккону, даже если они кажутся нам гладкими, в микромире совсем не гладкие. Для того, чтобы обеспечить сильное вандерваальсово взаимодействие, нужно, чтобы бóльшая поверхность лапки геккона плотно прилегала к поверхности, на которой ему надо держаться.



Лапки геккона. Фото: geckolab.lclark.edu, A. Syred

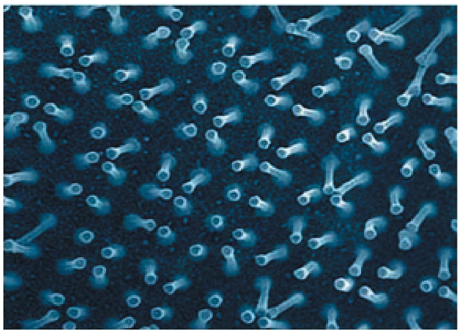
Обеспечивается это устройством его лапок. Нижняя часть подушечек пальцев покрыта тонкими щетинками. Щетинки собраны в отдельные кластеры. Плотность щетинок – 14 000 на мм^2. Каждая такая щетинка на конце ветвится на 400–1000 совсем мелких волокон толщиной 200 нм, а на конце каждого такого волокна – плоская бляшка, или, как её назвали, шпатель. Когда геккон прижимает палец к поверхности, он делает движение параллельно поверхности, тем самым выравнивая все шпатели параллельно поверхности.



Если бы все бляшки оказались сцеплены с поверхностью, лапа геккона могла бы удержать 130 кг. Но на практике у поверхности всё-таки есть рельеф, щетинчатое устройство частично это компенсирует, но всё же не полностью. На обычной стене лапа геккона может удержать в 40 раз больше его веса.

Для того, чтобы оторвать лапку, достаточно изменить угол её наклона. Геккон может это сделать за 15 миллисекунд.

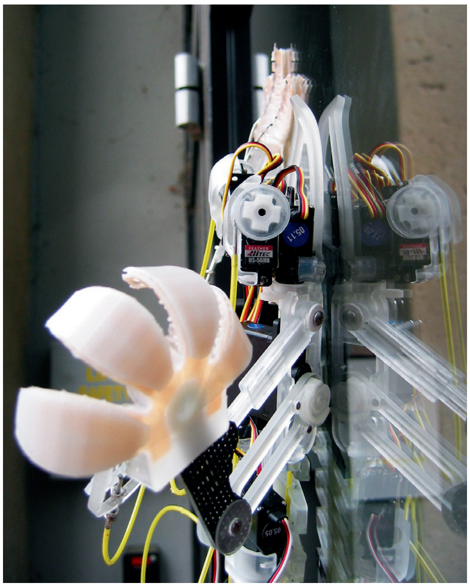
Когда поняли, как это устроено, поняли, что это легко смоделировать: сделать поверхность, покрытую тонкими нановолокнами, которые могли бы принимать форму поверхности.



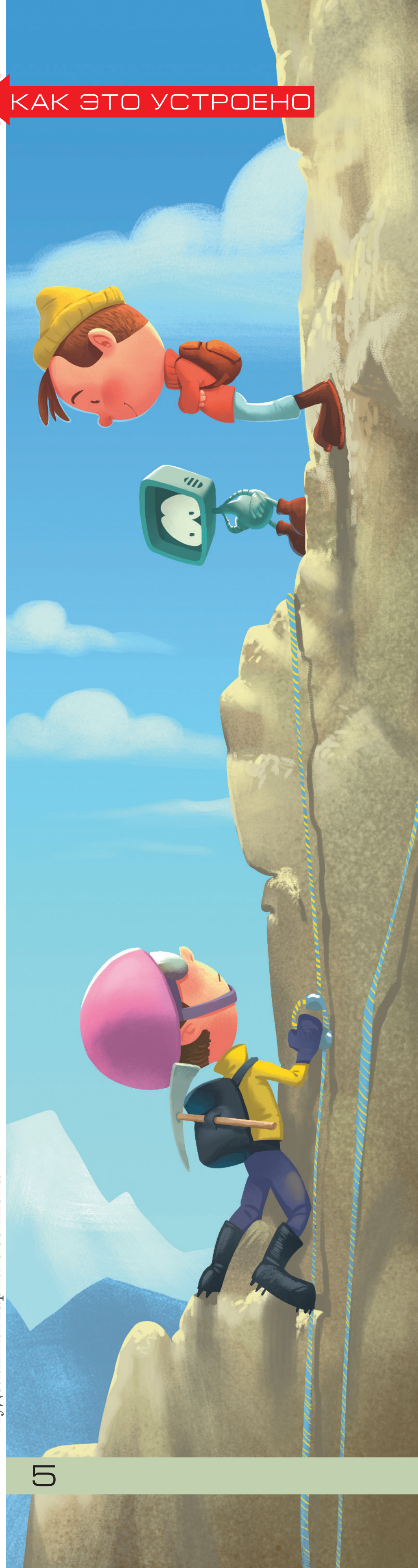
Поверхность nano-tape
Фото из статьи А.Гейма, К. Новосёлова и др.

Продаётся такая вещь, называется nano-tape, или gecko-tape. Её можно прижать к поверхности, и она будет держаться за счёт вандерваальсовых сил, а если отлепить – не останется никаких следов, потому что никакого клея нет. Между прочим, первую статью на эту тему написали нобелевские лауреаты по физике Андрей Гейм и Константин Новосёлов.

Можно даже сделать робота-спайдермена, который, используя такой же эффект, сможет ходить по стеклу или по потолку.



Робот-геккон
Фото:M. Cutkosky, S. Kim.



Художник Мария Усеинова

Валерия Сирота

ОТ ГОРЯЧЕГО К ХОЛОДНОМУ: ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

В статье «Три вида теплопередачи» из «Квантика» №7 за 2022 год мы обсудили, как может передаваться тепловая энергия от более нагретого тела к более холодному. Для этого у природы есть три способа – *теплопроводность* («контактная» передача тепла, нагревание при соприкосновении), *конвекция* (перемешивание горячих и холодных «кусков» вещества, или струй, как в закипающем чайнике) и *излучение* («бомбардировка светом», так Солнце греет Землю). В этот раз поговорим подробнее о теплопроводности.

В состоянии теплового равновесия все части физической системы имеют одинаковую температуру. Пока равновесия нет, более тёплые части отдают тепло остальным всеми тремя возможными способами; если один не подходит – природа использует другой.

Например, вот стена дома. Внутри – тепло, градусов 20, батарея работает, снаружи (зима!) холодно. Внутри и снаружи поддерживаются постоянные (разные) температуры, а тепло, выделяемое батареей, постоянно «просачивается» сквозь стену (это и есть теплопроводность) и уходит на обогрев всей улицы. Сколько тепла просачивается через стену каждую секунду – зависит от толщины и материала стены и от разницы температур снаружи и внутри. Чем больше эта разница, тем сильнее поток тепла.

Свойство материала пропускать тепло описывается числом, которое называется ***коэффициентом теплопроводности***. Если у одного материала он в 2 раза больше, чем у другого, то при той же толщине стены и разнице температур поток тепла через первую стенку будет тоже в 2 раза больше, чем через вторую.[1]

Материал	Коэфф. теплопр. Вт/м К
Серебро	430
Медь	390
Золото	310
Алюминий	230
Железо	75
Чугун	56
Лёд	2,3
Камень	1,4
Стекло	1,15
Вода	0,6
Старый снег	0,5
Песок сухой	0,3
Дерево	0,2
Водород	0,17
Гелий	0,14
Воздух	0,025

[1] Более аккуратное определение см. в статье С. Дворянинова «Что такое теплопроводность» в «Квантике» №2 за 2019 год.

Посмотрите на таблицу: самая большая теплопроводность – у металлов. У льда, камня и воды – в сотню раз меньше! У дерева вообще крошечная, как у лёгких газов. А у воздуха – ещё в 10 раз меньше, прямо почти ноль уже! Если, кстати, откачать воздух, сделать вакуум – вообще ноль получится. Нет вещества – некому передавать тепло.

Теперь мы можем решить задачу №1 из статьи «Мороз и солнце» («Квантик» №12 за 2022 год).

Почему в очень сильный мороз нельзя трогать голыми руками металлические предметы – например, опоры турника? А сам турник – можно? А если перед этим «поплевать» на руки? А бетонный столб можно потрогать? А ключи, если они упали на землю? А в очень сильную жару?

Металлы очень хорошо проводят тепло. Если греть один краешек большого металлического предмета, передаваемое ему тепло почти мгновенно расходится по всему объёму металла. Нагреть только один маленький кусочек металлического предмета поэтому практически невозможно (в отличие от камня, например).

Когда мы берёмся руками за холодный предмет, мы передаём ему тепло, нагреваем его. Чем больше разница температур руки и предмета, тем больше тепла мы отдаём каждую секунду. Если это камень или (тем более) дерево, очень тонкий слой возле руки быстро нагревается, а дальше тепло уходит медленно, поток тепла маленький. Если это большая железка, наше тепло тратится сразу на обогрев всей железки. Естественно, на повышение температуры всей железки его не хватает, разница температур остаётся большой, и тепло продолжает уходить от руки очень интенсивно. Теперь уже у руки не хватит теплопроводности на передачу такого большого потока, и маленькая область руки возле места контакта сильно остынет (своё тепло она уже отдала железке, а новое прийти от тела не успело). Может возникнуть обморожение – клетки кожи отмирают от холода, придётся долго ждать, пока они заменятся другими.

Это если руки сухие. А если они ещё и влажные, тонкий слой воды на поверхности руки просто замёрзнет от контакта с холодной, несогревающейся поверхностью металла, и рука примёрзнет к железке.

Ключ тоже металлический, но его можно поднимать без опаски – он маленький, рука легко и быстро нагреет его целиком.[2]

Когда очень жарко, вернее, горячо (в бане, например), всё работает так же, но с обратным знаком – поток тепла идёт от предмета к руке. Поэтому в бане, чтоб не обжечься, нет ничего металлического, всё из дерева – оно плохо проводит тепло. Но учтите, что поток тепла пропорционален разнице температур, а температура руки около 36 °C. Поэтому про морозе –20 °C поток тепла примерно такой же, как при +90 °C. Впрочем, наше тело лучше умеет быстро греть свои конечности, чем охлаждать, поэтому контакт с холодным мы переносим лучше, чем с горячим.

Для многих вещей вокруг нас коэффициент теплопроводности очень важен.

Почему оконные рамы в домах – двойные? Чтобы поток тепла (зимой – наружу, жарким летом – внутрь) был как можно меньше. Воздух между рамами – прекрасный теплоизолятор, вон у него какая теплопроводность маленькая. Почему спички не обжигают пальцы, а поленья в костре опытный турист без опаски перекладывает голыми руками? Причина – низкая теплопроводность дерева; один конец дровины в центре костра, а другой – холодный. Почему чугунные казаны для плова лучше алюминиевых? У чугуна теплопроводность меньше, в такой посуде еда медленнее и равномернее греется и медленнее остывает. (Есть, конечно, и другие отличия, потоньше.)

Зачем у сковородок пластмассовые ручки? Почему одежда из шерсти зимой лучше «греет», а летом в ней жарко? Зачем эскимосы строят хижины (и́глу) из снега? Чем пластиковая кружка лучше простой металлической, и как устроена металлическая термокружка? Почему, если оказался одни в поле ночью, лучше ночевать, зарывшись в стог сена?... Бывает и такое, что нужна, наоборот, теплопроводность повыше – например, она требуется от материала батареи или от кон-

[2] А такой большой ключ, как у Буратино, может быть опасен в очень холодную погоду. Где тут граница между маленьким и большим? Что можно потрогать, а что уже не сто́ит? Это определяется другим свойством предметов – теплоёмкостью: сколько тепла они могут забрать (например, у нашей руки). Про теплоёмкость см. статью в следующем номере «Квантика».

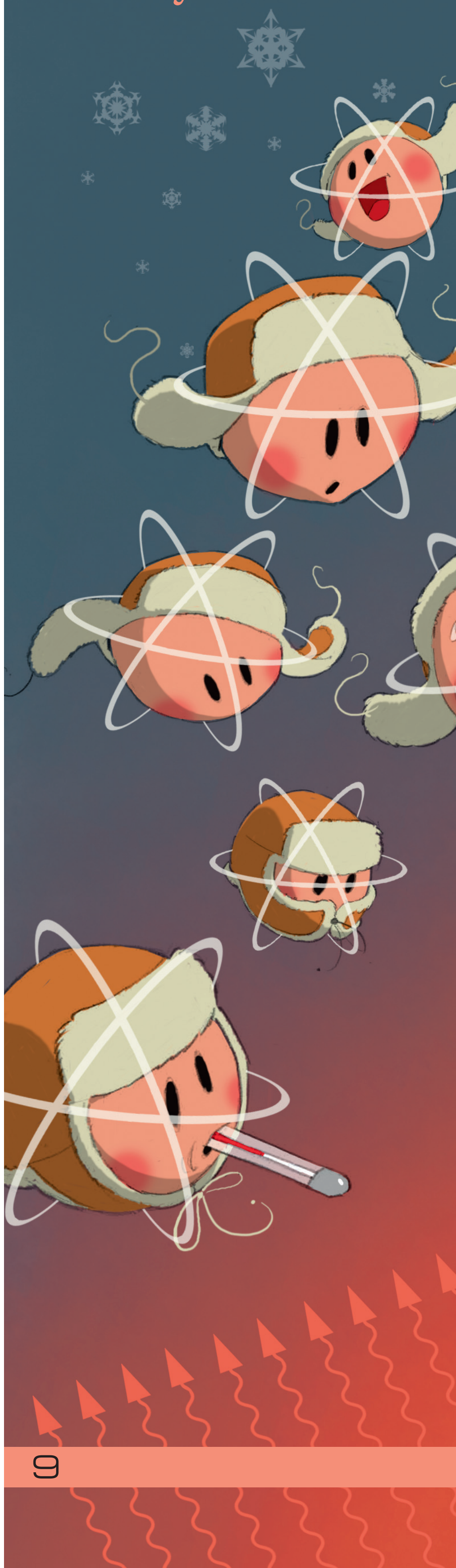
тура охлаждения холодильника – это тонкие трубочки на его задней стенке.

А от чего зависит – какой материал проводит тепло хорошо, а какой плохо?

Это сложная штука. Многие вещи трудно или даже невозможно (с современными знаниями) рассчитать, а можно только измерить. Но некоторые общие закономерности понять можно. Всё зависит от того, как устроено вещество, как взаимодействуют между собой его молекулы.

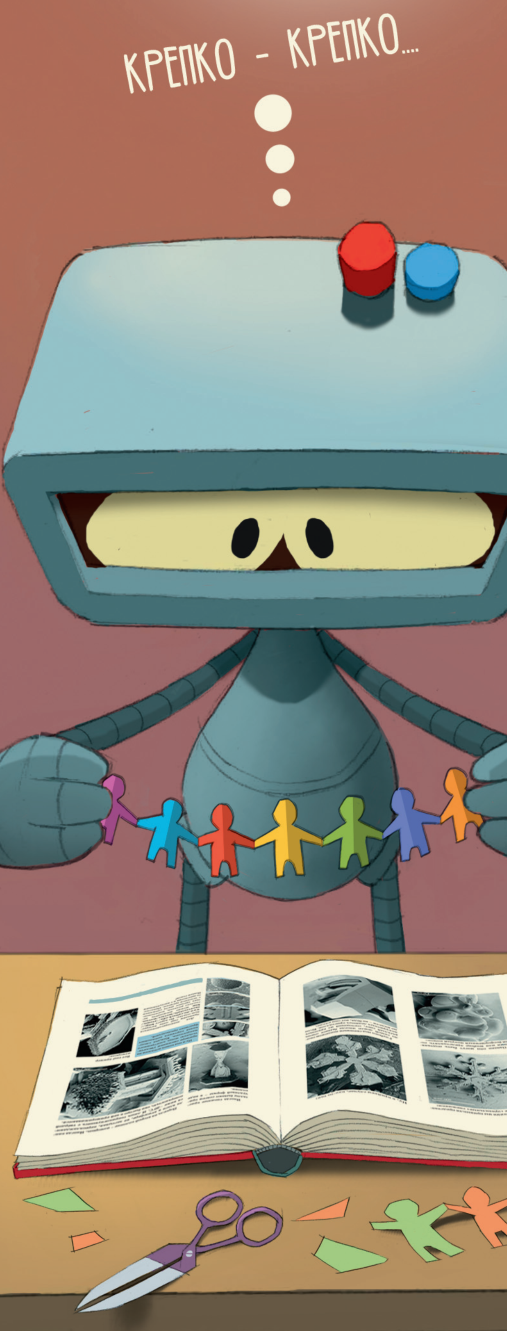
С «микроскопической» точки зрения вещество – это множество молекул (или атомов)[3]. А что такое с этой точки зрения температура? Это средняя энергия движения каждой молекулы (или атома). Когда к какой-то части вещества подводится тепло («её нагревают»), молекулы в этой области начинают двигаться интенсивнее и сильнее «толкают» соседей, передают им часть своей энергии. Соседи, в свою очередь, тоже начинают активнее двигаться и толкают своих соседей, и т. д. Так и передаётся тепловая энергия от одной области к другой.

В газах расстояния между молекулами такие большие, что каждая молекула бóльшую часть времени летит сама по себе, только иногда сталкивается с какой-нибудь другой. Молекулы из нагретой области при этом довольно быстро удаляются от места старта, как бы «уносят энергию на себе». Передача энергии другим молекулам происходит за счёт (редких в газе) столкновений. В жидкостях взаимодействие молекул устроено совсем по-другому! Расстояния между молекулами так малы, что каждая из них в каждый момент «чувствует» всех своих соседей, «толкается» со всеми ними одновременно. Быстрые, «нагретые» молекулы передают свою энергию не кому-то одному, но далеко, а ближайшим соседям, и сразу нескольким. И такой способ, оказывается, эффективнее! Хотя сами молекулы в жидкостях перемешиваются гораздо медленнее, чем в газах, теплота распространяется быстрее: коэффициент теплопроводности у жидкостей во много раз выше. А у твёрдых веществ он ещё больше, особенно у кристаллических.



---

[3] См. статьи «Самый маленький конструктор» («Квантик» №10, 2018) и «Кристаллы» («Квантик» №1, 2019).



Художник Алексей Вайнер

«Передать энергию по цепочке» оказывается выгоднее, чем «послать гонца».[4]

А почему это у металлов такая огромная теплопроводность? Из-за их особого устройства. Ведь в металлах от каждого атома «оторван» один или два электрона, и эти свободные электроны летают по всему куску металла, как им заблагорассудится (см. статью из сноски 1). Они как бы принадлежат всем атомам сразу – и ни одному из них. Из-за этих свободных электронов металлы – хорошие проводники электрического тока: в электрическом поле (которое создаёт батарейка или розетка) все электроны, помимо обычного движения «куда попало», дружно движутся, «дрейфуют» в одну и ту же сторону. Это и есть ток.

Вот и тепло металлы хорошо проводят по той же причине. Если в каком-то месте металл соприкасается с горячим источником тепла – энергия от места соприкосновения переносится не только ионами кристалла, но и электронами. А свободные электроны – дивный переносчик энергии! Летают они так же далеко, как молекулы в газе, и при этом в сотню раз быстрее – потому что они очень лёгкие, в тысячи раз легче любой молекулы. И при этом их так же много, как ионов в кристалле – в пару тысяч раз больше, чем молекул в газе. Вдобавок, они и взаимодействовать могут не только с кем-то одним (электроном или ионом), как молекулы в газе, а и со многими другими электронами сразу. Поэтому, благодаря свободным электронам, тепловая энергия распространяется по металлу почти со сказочной быстротой!

Вопрос 1. У мокрого песка теплопроводность не только больше, чем у сухого, но даже больше, чем у воды. Как же так?

Вопрос 2. Лёд и снег – один и тот же материал. Почему же их теплопроводность разная? В таблице дан коэффициент для «старого» снега. А для свежего – он выше или ниже?

---

[4] В кристаллах молекулы (атомы) образуют кристаллическую решётку – стоят в определённом, всегда одном и том же для каждого вещества, «строю», крепко держась друг за друга. Представьте, что будет, если несколько человек стоят в цепочке и не то что за руки держутся, а прям сцепились локтями, крепко-крепко, и кто-то посторонний толкает крайнего. Если бы просто за руки – ну, крайний бы пошатнулся, ну, максимум его сосед немного наклонился бы. А когда такое крепкое соединение – они качнутся все вместе, вплоть до самого последнего в цепочке. Получается, что толкаешь как будто не одного человека, а всю цепочку сразу. Что-то в таком духе происходит и с атомами в кристалле.

Фёдор Нилов

Эллипс, гипербола и парабола

В этой статье мы познакомимся с эллипсом, гиперболой и параболой. Посмотрим, чем они похожи, а чем отличаются.

Мы хорошо знаем, что все точки окружности находятся на одинаковом расстоянии от её центра. *Эллипс*, который можно представлять себе как сплющенную окружность, обладает похожим свойством. Внутри эллипса есть две точки, которые называются его *фокусами*: сумма расстояний от них до любой точки эллипса одна и та же (рис. 1). Иначе говоря, если привязать нерастяжимую верёвку к двум колышкам и прикрепить ошейник козы к этой верёвке, то коза сможет дотянуться до травы на лужайке, граница которой – эллипс. Если фокусы у эллипса совпадают, он превращается в окружность.

У *гиперболы* тоже есть два фокуса, но для всех её точек постоянна *разность* расстояний до фокусов (из большего вычитаем меньшее). Таким образом, гипербола состоит из двух ветвей: если расстояние до одного фокуса больше, точка лежит на одной ветви, иначе – на другой (рис. 2).

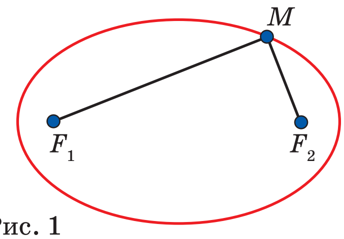


Рис. 1

Бифокальное определение эллипса: MF_1+MF_2 постоянно

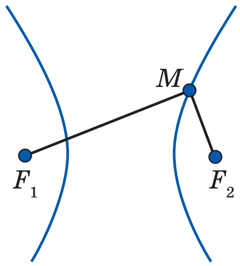


Рис. 2

Бифокальное определение гиперболы: $|MF_1-MF_2|$ постоянно

Покажем, что эллипс и гипербола – симметричные фигуры. Отразим точку, лежащую на эллипсе, относительно прямой, проходящей через его фокусы (рис. 3). Расстояния до фокусов не изменятся, поэтому сохранится и их сумма. Значит, отражённая точка тоже лежит на эллипсе, а прямая, проходящая через фокусы, – это ось

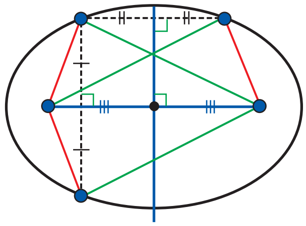


Рис. 3

симметрии эллипса. Вторая ось симметрии – серединный перпендикуляр к отрезку, соединяющему фокусы. При симметрии относительно этой оси расстояния до фокусов меняются местами.

Гипербола также имеет две оси симметрии: одна проходит через фокусы, а другая является серединным перпендикуляром к отрезку, соединяющему фокусы (рис. 4). У эллипса и гиперболы есть и центр симметрии – середина отрезка, соединяющего фокусы.

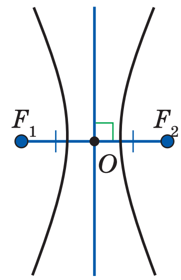


Рис. 4

Парабола образована всеми точками плоскости, расстояние от которых до фиксированной точки (*фокуса*) равно расстоянию до фиксированной прямой (*директрисы*)[1]. Парабола имеет лишь одну ось симметрии, она проходит через фокус и перпендикулярна директрисе (рис. 5).

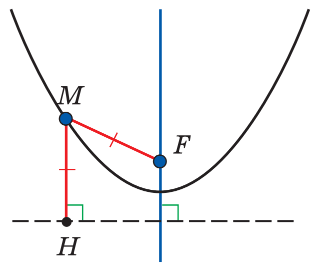


Рис. 5

Определение параболы заметно отличается от определений эллипса и гиперболы. Оказывается, для всех трёх кривых можно дать одно общее определение. Зафиксируем прямую d (она будет директрисой) и не лежащую на ней точку F (это будет фокус), а затем выберем любое положительное число ε, которое назовём *эксцентриситетом*. Рассмотрим все точки M, для которых отношение расстояния до фокуса к расстоянию до директрисы равно ε. Если $\varepsilon < 1$, получится эллипс, если $\varepsilon > 1$ – гипербола, а если $\varepsilon = 1$ – парабола (зелёная, красная и синяя фигуры на рисунке 6).

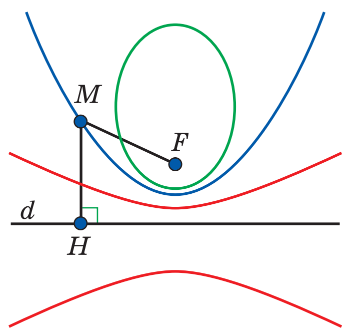


Рис. 6. Фокально-директориальное определение эллипса, гиперболы и параболы, $MF : MH = \varepsilon$

Оказывается, для каждого из двух фокусов гиперболы и эллипса есть своя директриса, а фокусы в би-

[1] См. также статью Д. Русаковой в № 12 за 2015 год.

фокальном и фокально-директориальном определениях – это одни и те же точки (рис. 7).

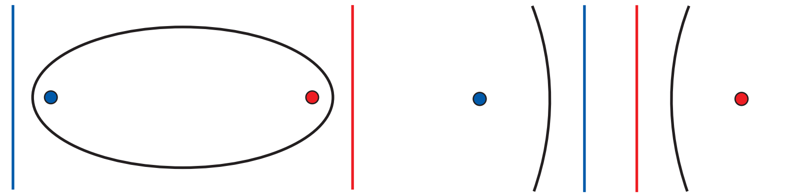


Рис. 7

Если эксцентриситет ε близок к нулю, эллипс становится похож на окружность. Если ε очень большой, ветви гиперболы становятся похожими на директрисы.

Эллипсы, гиперболы и параболы называют одним общим термином: *кониками* или *коническими сечениями*, поскольку каждая из этих кривых может быть получена как сечение конуса плоскостью[2] (рис. 8). По-видимому, этот факт впервые обнаружил древнегреческий математик Менехм в IV веке до н. э., а первое сохранившееся доказательство появилось в монографии «Конические сечения» Аполлония Пергского в III веке до н.э.[3]

Коники зачастую встречаются в окружающей жизни. Верхний край кружки выглядит как эллипс, если на неё посмотреть под углом. Струи фонтана имеют форму параболы. След фонаря на тёмной поверхности – коника (это как раз сечение светового конуса). Большинство небесных тел Солнечной системы, согласно закону Кеплера, вращаются по эллипсам с фокусом в Солнце. Некоторые кометы летят по параболам и ветвям гипербол.

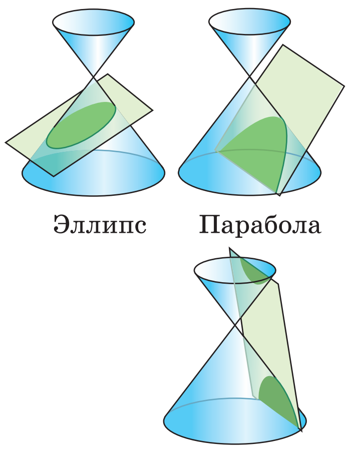


Рис. 8

Кстати, сечение цилиндра наклонной плоскостью (другими словами, срез колбасы) – тоже эллипс.

В следующем номере мы обсудим, почему сечения конуса являются эллипсами, гиперболами и параболами, поймём, где находятся их фокусы и директрисы, а также рассмотрим различные обобщения.

[2] Об этом «Квантик» писал в №8 за 2013 год.

[3] См. книгу «Аполлоний Пергский», kvan.tk/apollonius

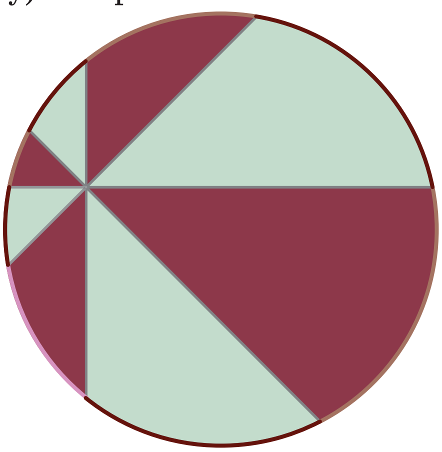
Художник Мария Усеинова

СМОТРИ!

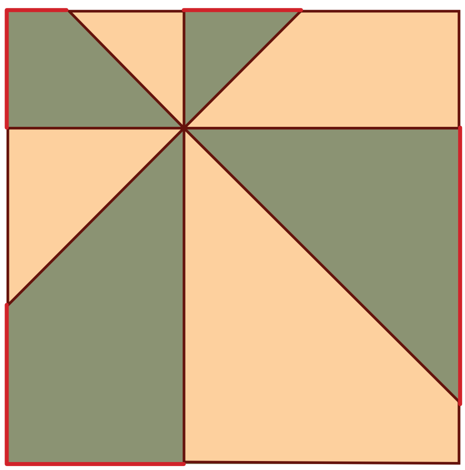
Материал подготовил
Григорий Мерзон

ТРИ ПИЦЦЫ

Пицца первая. Как разделить круглую пиццу на двоих? Выберем произвольную точку внутри круга, проведём через неё 4 прямых разреза (так, чтобы углы между соседними были 45°). Занумеруем получившиеся части по кругу и выдадим одному человеку все части с нечётными номерами, а другому – с чётными. Оказывается[1], оба получат поровну пиццы! Кстати, оба получат и одинаковое количество (одинаковую длину) её корочки.

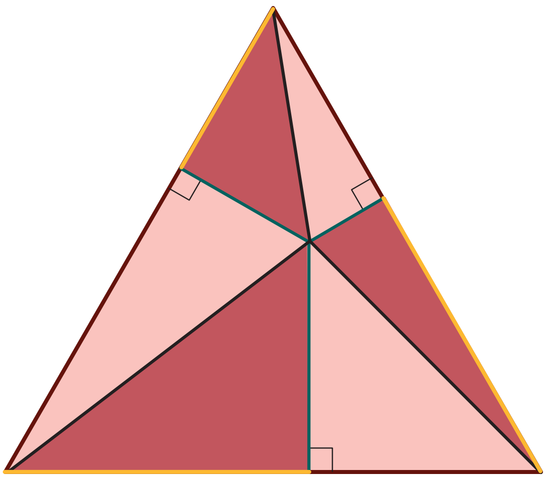


Пицца вторая. Доказать теорему о круглой пицце не так просто. Потренируемся сначала резать пиццу более простой формы, квадратной. Оказывается, её можно резать так же – только теперь направления разрезов должны быть параллельными сторонам и диагоналям квадрата.



[1] Об этой теореме «Квантик» уже писал в №4 за 2012 год.

Пицца третья. С пиццей в форме равностороннего треугольника поступим чуть иначе. Снова возьмём произвольную точку внутри пиццы, а разрезы из неё проведём к вершинам, а также перпендикулярно сторонам, и занумеруем части по кругу. И снова суммарная площадь частей с чётными номерами равна площади частей с нечётными номерами!



ЗАДАЧИ.

1. Докажите теорему о квадратной пицце.

2. Поэкспериментируйте с пиццами разной формы. Например, работает ли способ, которым мы разрезали квадратную пиццу, для прямоугольной пиццы? А для пиццы в форме правильного восьмиугольника?

3. Докажите теорему о треугольной пицце.

4. Поэкспериментируйте и со способом разрезания треугольной пиццы. Например, работает ли он для квадрата? А для правильного пятиугольника?

Художник Ольга Демидова

Что это за буквы?

1. Какие две буквы русского алфавита можно было бы поэтически описать так: одна обозначает тишину, а другая – тишину и нежность?

2. Даны русские слова: *люк*, *яр*, *лён*. Что получится, если звуки, из которых состоят эти слова, произнести в обратном порядке?

3. В стихотворении Марины Цветаевой из цикла «Стихи к Блоку» есть строчка «Имя твое – пять букв». Почему «пять букв», ведь ни в имени Александр, ни в фамилии Блок букв не пять?

4. Реформа русской орфографии 1917–18 годов упразднила некоторые буквы русского алфавита из-за того, что различные буквы соответствовали одинаковым звукам устной речи, например «*ф*» и «*ѳ*», «*е*» и «ѣ», «*и*» и «*і*». Однако буква «*і*» сохранилась в нынешнем русском алфавите и мы, сами того не осознавая, пользуемся ей достаточно часто. Найдите её.

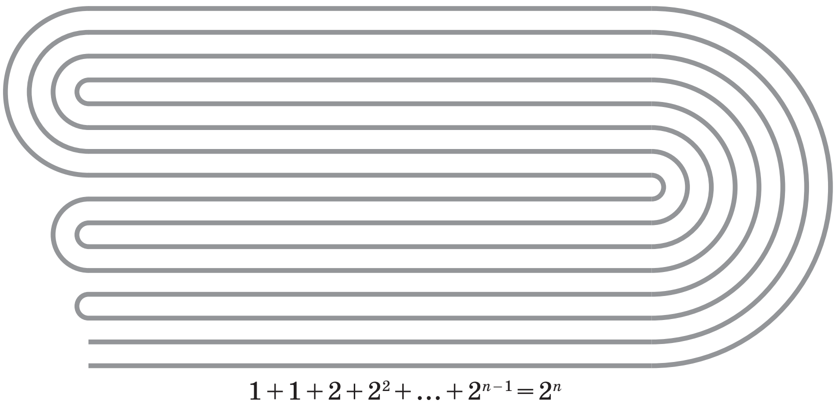
Задача № 2 использовалась на Первой традиционной Олимпиаде по лингвистике (языковедению) и математике. Задачу № 4 предложил Лев Емельянов.

Художник Мария Усеинова

Верёвочное суммирование

Как найти сумму геометрической прогрессии $1 + 2 + 4 + \ldots + 2^{n-1}$? Обычно добавляют слева ещё одну единицу (хитрый ход!). Две единицы сложатся в двойку, которая вместе со следующей двойкой даст четвёрку, две четвёрки – восьмёрку, и т.д. Новая сумма свернётся, как телескоп, и превратится в 2^n, останется лишь вычесть единицу.

А Джеймс Тентон (James Tanton) предложил найти эту сумму... просто взглянув на верёвку, которую сложили вдвое, потом ещё вдвое... (всего n раз):

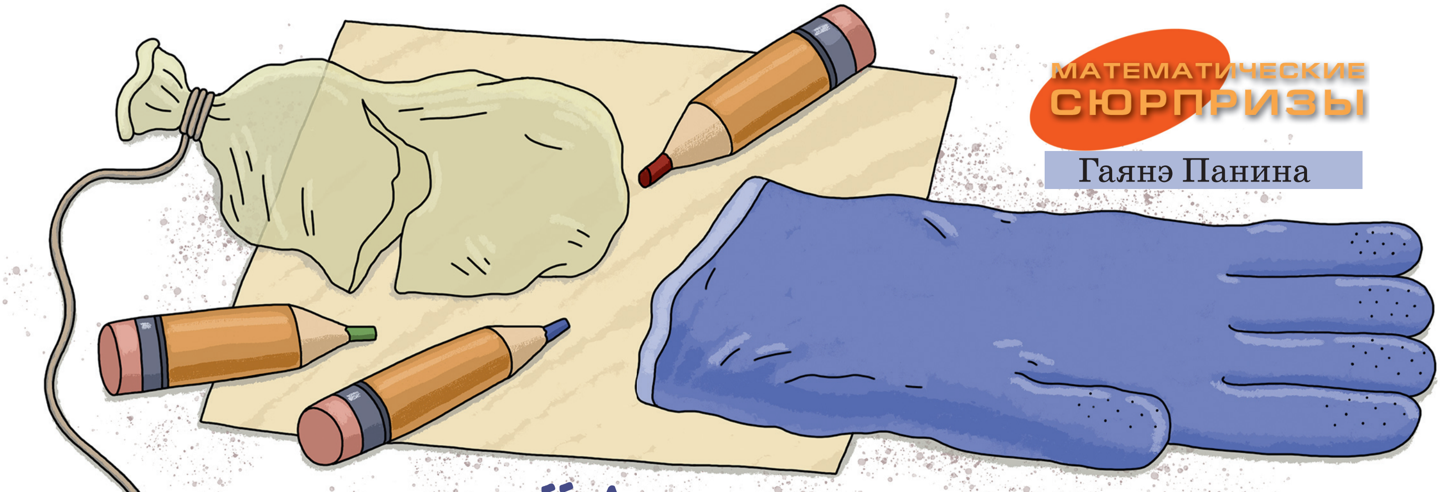


$1+1+2+2^2+\ldots+2^{n-1}=2^n$

Так как верёвку сложили пополам n раз, мы увидим 2^n кусочков верёвки. А если посмотреть на левый край, мы увидим сумму (снизу вверх): $1+1+2+4+\ldots+2^{n-1}$. Попробуйте придумать какие-нибудь обобщения этой идеи.

Художник Алексей Вайнер

Гаянэ Панина



ПРО ЛЁЛЮ И МИНЬКУ,

А ТАКЖЕ ПРО ЛЕММУ ШПЕРНЕРА И ДВА ЕЁ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА – ОДНО СКАЗОЧНОЕ, А ДРУГОЕ РЕЗИНОВОЕ

Окончание. Начало в «Квантике» № 1 за 2023 г.

Часть 2. Лемма Шпернера для треугольника

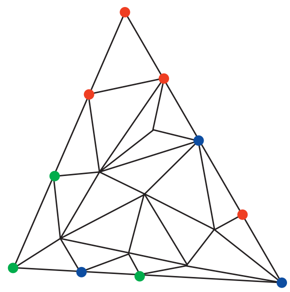
На другой день Лёля говорит:

– Минька, мы прошли на кружке новую игру. Интересную! Давай играть.

Вот мы опять садимся за стол, и Лёля рисует на листке большой треугольник, разделённый на много маленьких.[1] **Вершины треугольника покрашены – одна в красный, другая – в синий, третья – в зелёный цвет.** А вершины маленьких треугольников, лежащие на рёбрах большого, покрашены по специальному правилу: **на ребре с красным и синим концами нет зелёных вершин, на ребре с красным и зелёным концами нет синих вершин, на ребре с синим и зелёным концами нет красных вершин.**

Лёля говорит:

– Возьмём синий, красный и зелёный карандаши и будем по очереди красить оставшиеся вершины маленьких треугольников, в какой цвет захотим. Когда всё покрасим, посмотрим, есть ли среди маленьких треугольников хоть один со всеми вершинами разного цвета. Если нет, ты выиграл. А если да, то я. Можешь ходить первым!

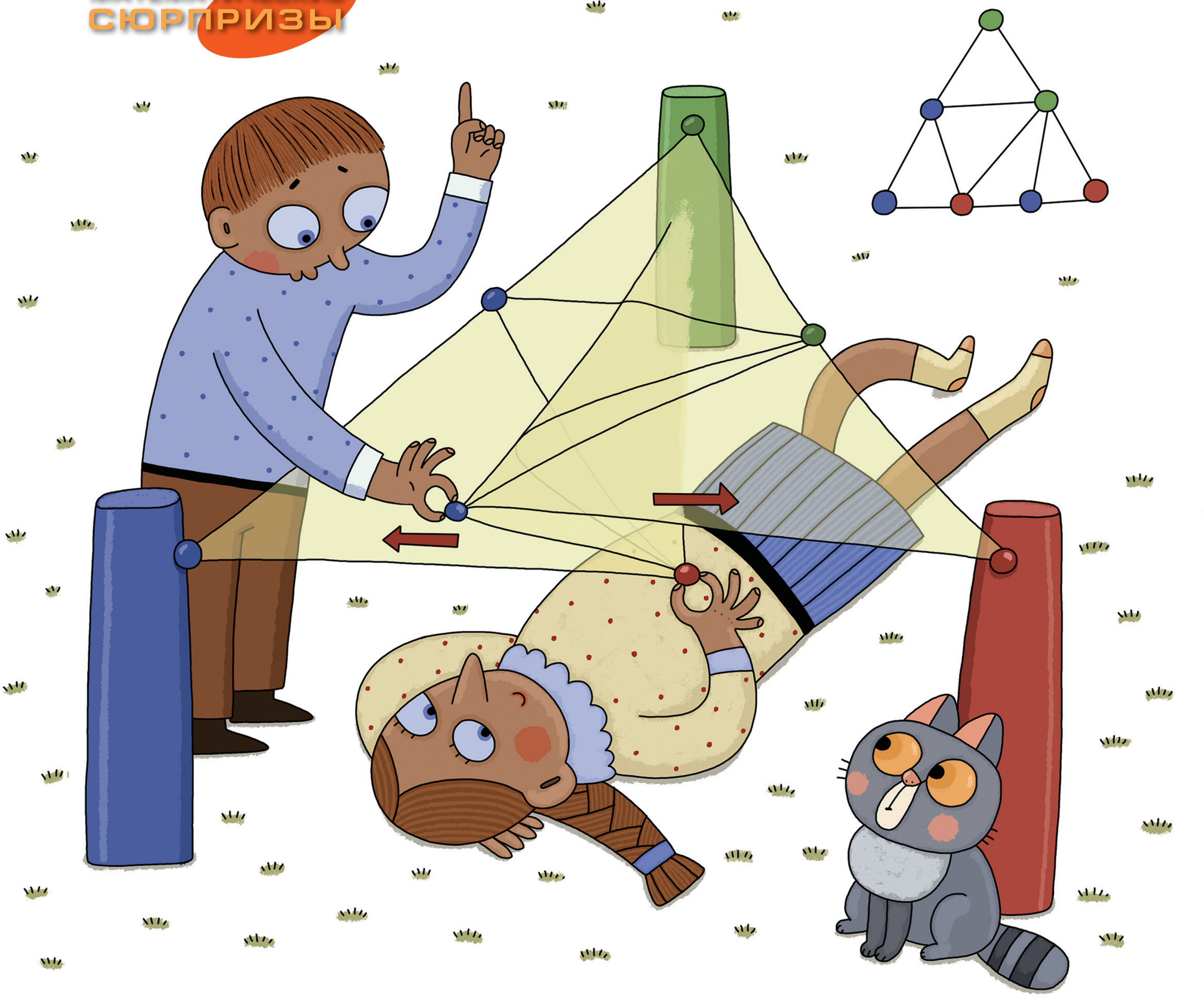


И вот Лёля берёт карандаш и моментально красит одну из точек. И я тоже крашу одну из точек. Игра быстро заканчивается, и я опять проигрываю.

Но я не плачу на сей раз, а догадываюсь: если есть лемма Шпернера для отрезка, то должна быть лемма Шпернера для треугольника! И наверное, я смогу её доказать, я же знаю секретное рассуждение про резинку! Я некоторое время думаю, а затем говорю:

– Лёлища, опять нечестная игра! Треугольник с разноцветными вершинами будет всегда! Это лемма Шпернера!

[1] Необходимо, чтобы каждые два маленьких треугольничка либо имели общую вершину, либо общее ребро, либо вообще не пересекались. Такие разбиения называют *триангуляциями*.



Лемма Шпернера для треугольника говорит: как ни разрезай большой треугольник на маленькие и как ни раскрашивай вершины маленьких треугольничков в красный, синий и зелёный цвет (соблюдая правила на рёбрах и вершинах треугольника), число маленьких треугольников с вершинами разных цветов окажется нечётным.

– Я могу это доказать, вот слушай. Возьмём лопнувший воздушный шарик, перерисуем на него нашу картинку с раскрашенными точками и вырежем аккуратно большой треугольник. Представим, что эта треугольная резинка легко-легко растягивается. А если её отпустить, моментально стягивается до маленького размера.

Теперь вобьём в землю три столбика, красный, синий и зелёный, и будем строить крышу! Закрепим красную вершину нашей резинки на красный столбик, синюю вершину – на синий, зелёную – на зелёный. Вышла отличная крыша. Лёля, теперь садись на землю в середину между колышков и смотри вверх! Сколько слоёв в крыше?

Лёля отвечает:

– Один слой, Минька!

Я говорю:

– А теперь по очереди, не торопясь, закрепим все красные точки на красный столбик, синие – на синий, а зелёные – на зелёный. Начнём с угла и закрепим сначала вершины первого маленького треугольника, потом соседнего с ним… и так далее. Смотри, если у маленького треугольника все концы одинакового цвета, он стянется в точку (ну или почти в точку). Если у треугольника два конца синие, а один красный, он стянется в отрезок. А треугольники со всеми разноцветными вершинами – наоборот, растянутся и образуют крышу над треугольником между столбиками. Итак, начали! Что происходит у тебя над головой?

Лёлища говорит:

– У меня над головой, как облака, проплывают складки резинки! Каждый раз, когда проходит складка, число слоёв меняется на два!

Я на всякий случай спрашиваю:

– Лёля, а край треугольной резинки, то есть какое-нибудь ребро нашего треугольника, случайно у тебя над головой не проплывает? В этом случае число слоёв может измениться на 1.

Лёля говорит:

– Нет, конечно! Например, ребро треугольной резинки с красным и синим концами содержит (по условию) только красные и синие точки, а значит, движется только над отрезком, соединяющим красный и синий колышки.

Я говорю:

– Вот мы закрепили все цветные точки на столбиках. Сколько слоёв резиновой крыши у тебя над головой теперь?

Лёля моментально отвечает:

– Столько, сколько треугольников со всеми разноцветными вершинами!

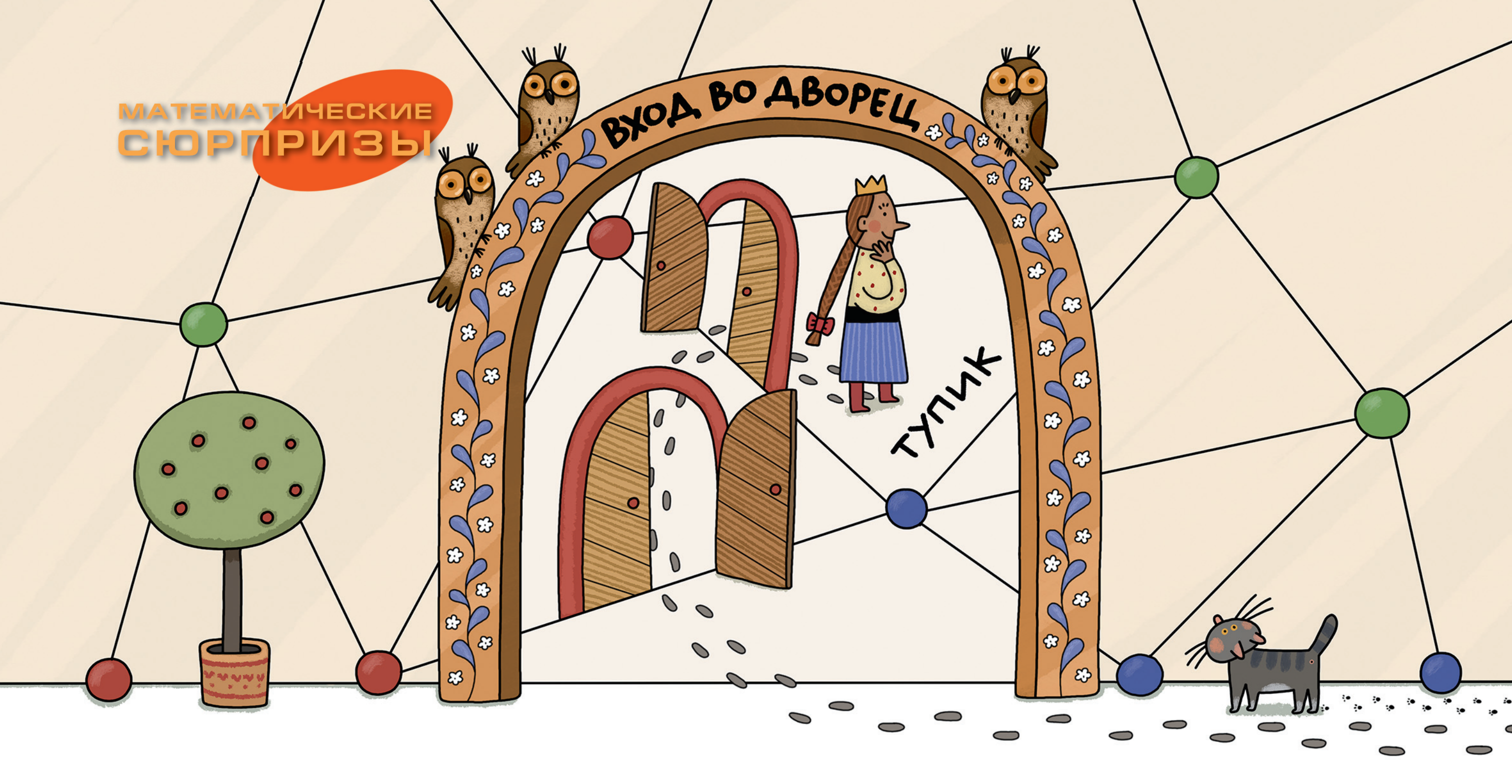
Я говорю:

– Правильно! Но ещё мы знаем, что число слоёв каждый раз менялось на два. А поскольку вначале был только один слой, то число слоёв нечётно. Значит, число треугольников со всеми разноцветными вершинами нечётно!

– Ух ты, – говорит Лёля, – я и не знала такого секретного рассуждения! Нам на кружке рассказывали доказательство про треугольный дворец с треугольными комнатами. Тоже интересно, но там нет никаких резиновых крыш. Вот послушай. Давай играть, что наш треугольник – это дворец. Маленькие треугольнички – это комнаты, а их рёбра – стены. Теперь давай представим, что рёбра, у которых один конец красный, а другой синий, – это двери. Как ты думаешь, сколько дверей может быть в одной комнате?

Я недолго думаю и отвечаю:

– Ну это легко! Есть комнаты без дверей вообще (например, треугольник со всеми синими вершинами), есть комнаты с двумя дверями, а есть с одной. Но, Лёля! Если в комнате одна дверь, то в этом треугольнике все вершины разных цветов! Значит, надо доказать, что есть комнаты с одной дверью!



Задача 2. Убедитесь, что Минька говорит правду – если в комнате одна дверь, то в этом треугольнике все вершины разных цветов.

Тут Лёля говорит:

– А теперь важный вопрос, Минька, сколько у дворца наружных дверей?

Я отвечаю:

– По-разному может быть, Лёля, смотря какой дворец… впрочем, стоп! Я могу только сказать, что число дверей нечётное. Потому что оно всегда нечётное, я отлично помню, как ты хотела меня вчера перехитрить! Ты знала про нечётность, а я – нет.

Лёля говорит:

– Вот именно, Минька. А теперь вообрази, что ты входишь во дворец через одну из дверей. Заходишь в комнату, и если в этой комнате есть вторая дверь, идёшь в соседнюю комнату, и если в соседней комнате есть вторая дверь, идёшь дальше, и дальше. Как ты думаешь, какой у тебя будет маршрут?

Я говорю:

– Ясно! Либо я выйду из дворца через какую-то другую дверь, либо попаду в тупик. А тупик – это комната с одной дверью, все вершины такой комнаты разноцветные, она нам и нужна. Значит, нужно доказать, что есть тупик.

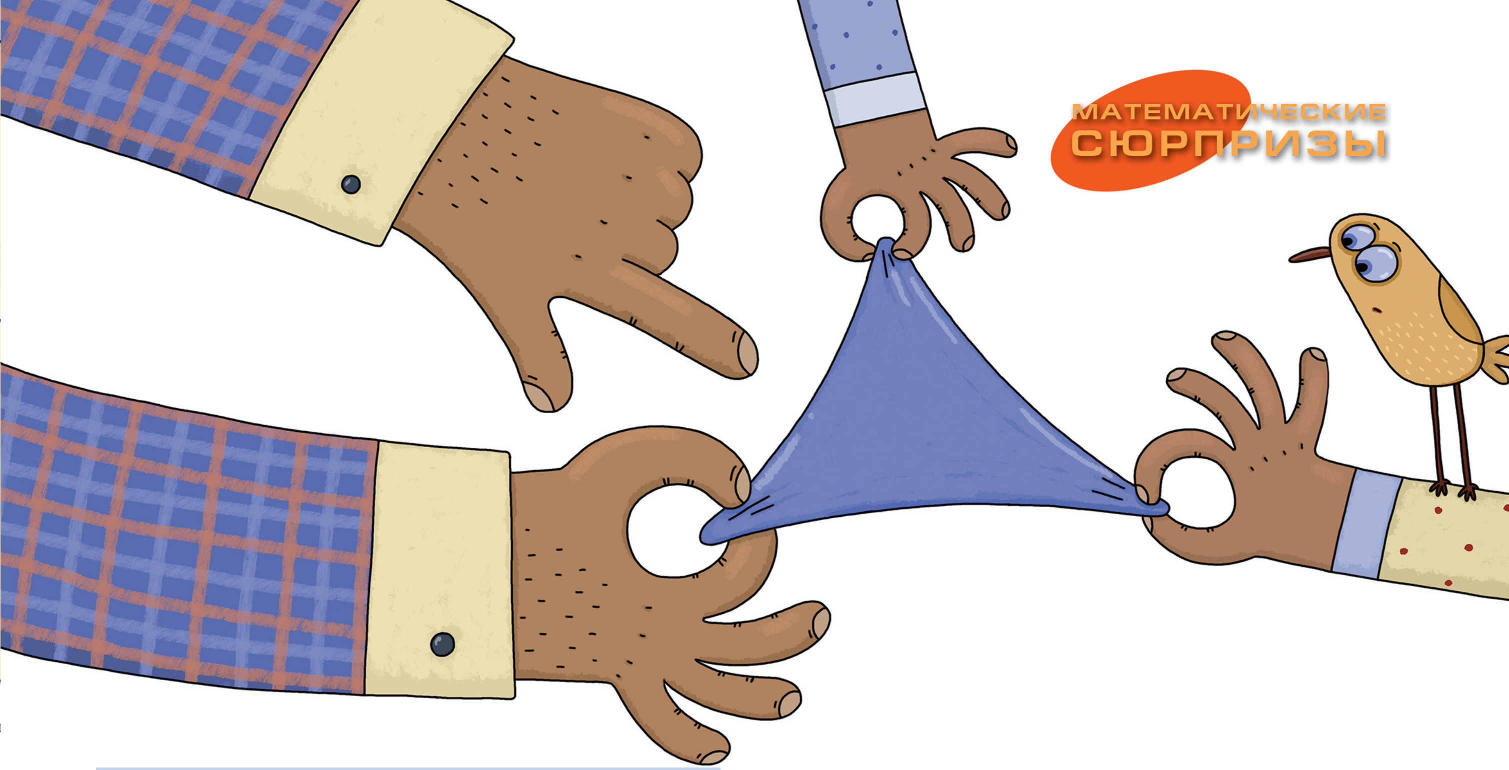
Лёля говорит:

– Вот именно, Минька. А теперь вообрази, что ты находишься в комнате с дверью. Пройди через неё в соседнюю, и если в соседней комнате есть дверь, иди дальше, и опять дальше. Как ты думаешь, какой у тебя будет маршрут?

Я говорю:

– Одно из двух, Лёля! Я рано или поздно либо выйду из дворца, либо вернусь в комнату, откуда начал, и так и буду ходить по кругу. А если я выйду из дворца, то пойду в обратном направлении, сначала дойду до той комнаты, с которой начал, а потом выйду из дворца через какую-то другую дверь.

Задача 3. На рисунке на следующей странице показан маршрут, ведущий в тупик и маршрут, соединяющий две

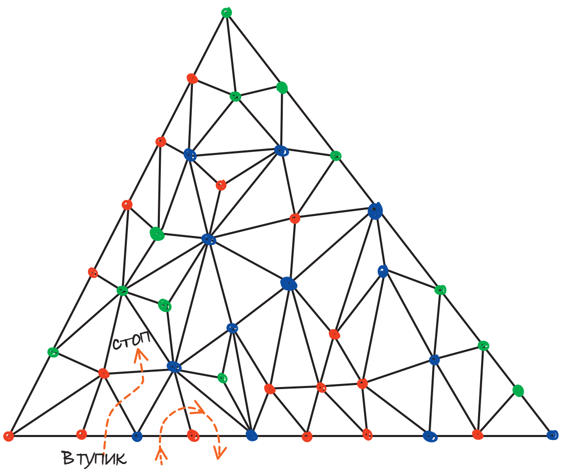


наружные двери дворца. Найдите ещё такие маршруты.

Лёля говорит:

– Но число наружных дверей нечётно, их не разбить на пары, вспомни вчерашнюю игру! Значит, зайдя в какую-то внешнюю дверь, рано или поздно мы упрёмся в тупик. Всё доказано!

Задача 4. Докажите, используя двери и комнаты, что число треугольников с вершинами всех трёх цветов нечётно. *Подсказка:* из комнаты в комнату во дворце бывают маршруты таких типов:



– из наружной двери в наружную;
– из наружной двери в тупик;
– круговой маршрут;
– из тупика в тупик.

Вечером приходит с работы папа, и мы с Лёлей рассказываем ему про лемму Шпернера для треугольника.

Папа говорит:

– Ты здорово придумал, Минька, но резиновый треугольник, если его растянуть, искривляется.

И папа немедленно находит старую хозяйственную перчатку, вырезает из неё треугольник, и мы втроём тянем треугольник в разные стороны, и видим, что его стороны искривляются.

– Но ты не горюй, Минька, твою конструкцию легко поправить: надо по краю большого треугольника и по рёбрам маленьких проложить жгуты из жёсткой резины, тогда выйдет такая конструкция, которая тебе нужна.

Вот так я, дети, узнал в семь лет, что в математике бывают дворцы, рыцари и резиновые доказательства.

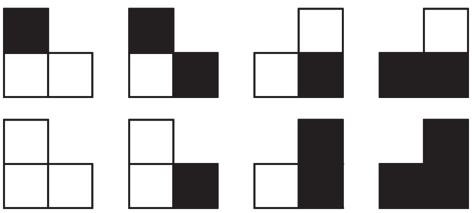
Художник Елена Цветаева

Игры и Головоломки

Сергей Полозков

ВОСЕМЬ ДВУХЦВЕТНЫХ УГОЛКОВ

Уголок – это три квадратные клетки, соединённые сторонами наподобие буквы «L». Если каждую клетку покрасить с лицевой стороны в один из двух цветов, чёрный или белый, получится 8 разных вариантов уголков, как на рисунке ниже (по ссылке kvan.tk/8trimino – схема для печати).



В каждом пункте первой задачи нужно собрать из уголков фигуру, в которой все белые клетки сцеплены между собой сторонами (касание углами не считается) в одну неразваливающуюся область. То же условие должно выполняться и для чёрных клеток.

1. Соберите из всех уголков, не накладывая их друг на друга,

а) любую такую фигуру;

б) прямоугольник 6×4;

в) прямоугольник 6×4, так чтобы белая и чёрная части были одинаковы;

г) квадрат 5×5 без центральной клетки;

д) прямоугольник 8×3;

е) прямоугольник 8×3, так чтобы клетки одного цвета образовывали «змейку».

ж) Уберите любой одноцветный уголок и соберите такую фигуру из семи остальных уголков.

И ещё одно задание:

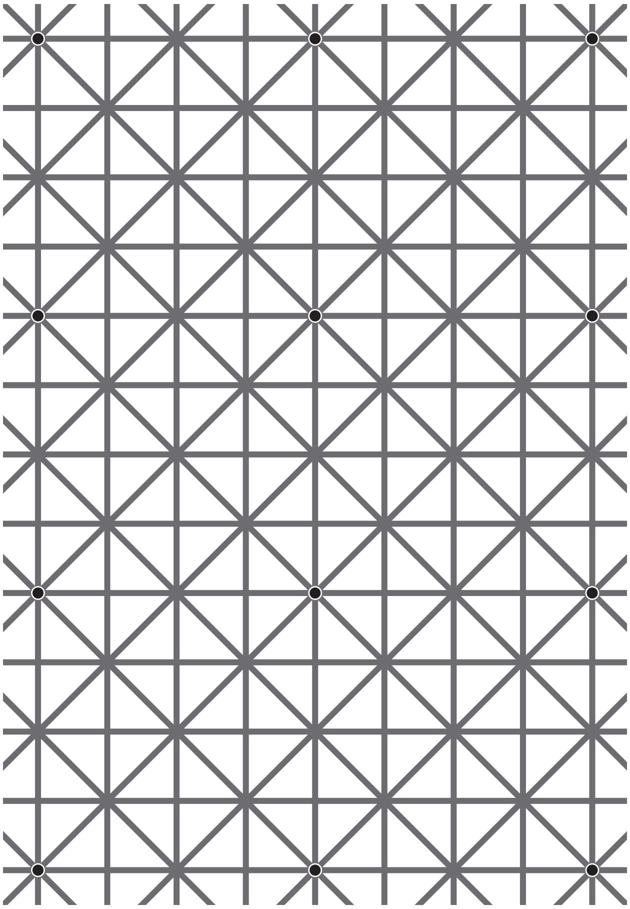
2. Соберите двухслойный прямоугольник 6×2, так чтобы все верхние клетки были чёрного цвета.

Желаем успеха!

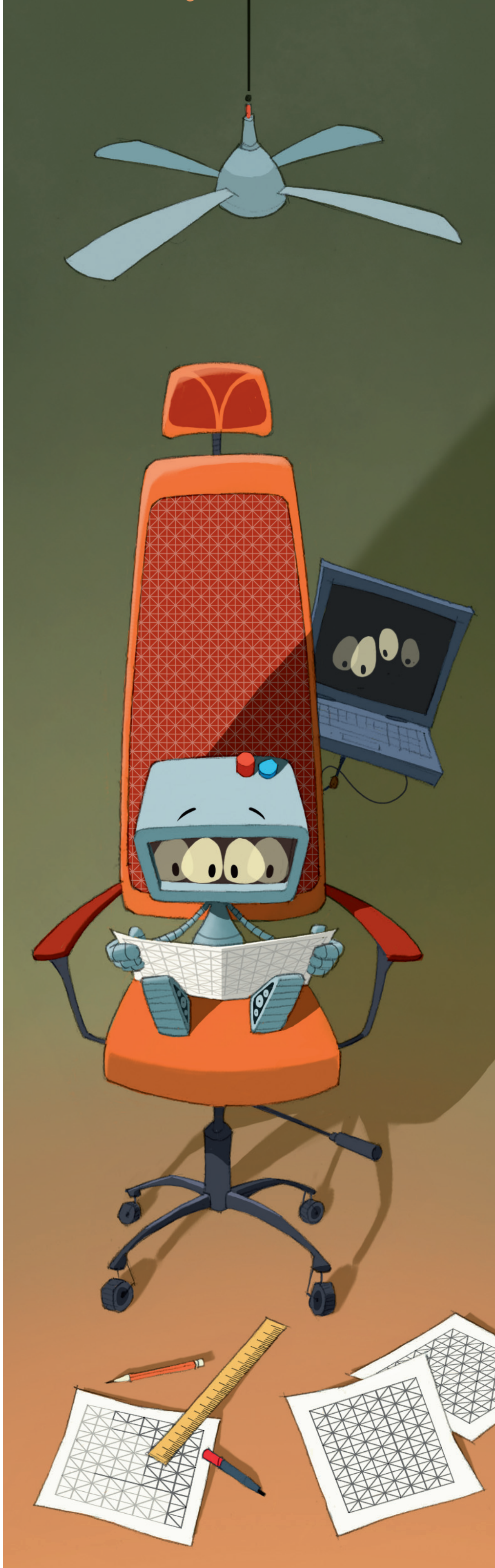
Художник Максим Калякин

Мигающие Точки

Посмотрите на картинку ниже. Сколько чёрных точек вы видите одновременно?



Нетрудно убедиться, что точек 12, но в каждый момент вы скорее всего видите около 3 точек. Это происходит из-за того, что, хотя поле зрения у нас довольно широкое, бо́льшая часть глаза воспринимает картинку «в низком разрешении», и детали (такие как чёрные точки) видны, только когда они попадают в поле зрения «центральной ямки». В этой области мы видим очень хорошо, но она очень маленькая. Чтобы скомпенсировать это, когда мы рассматриваем картинку, глаза быстро двигаются. Обычно мы это не очень замечаем, но из-за этого нам кажется, что на картинке чёрные точки в разных местах то появляются, то исчезают, хотя в действительности картинка не меняется.



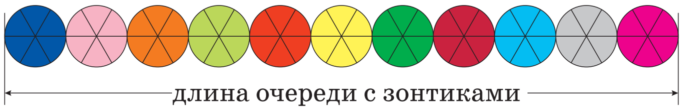
Художник Алексей Вайнер

XLV ТУРНИР имени М.В.ЛОМОНОСОВА
ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ

В октябре 2022 года прошёл очередной Турнир Ломоносова. Можно было, распределив время, принять участие в нескольких конкурсах: астрономия и науки о Земле, биология, история, лингвистика, литература, математика, физика, химия. Вот некоторые задачи этого турнира.

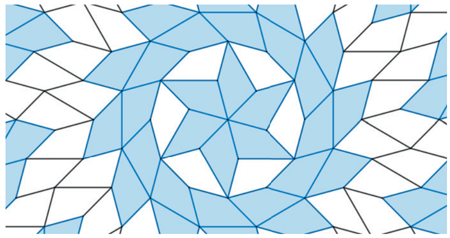
Математика

1. В очереди под дождём стояли 11 человек, каждый держал зонтик. Они стояли вплотную, то есть зонтики соседей соприкасались (см. рисунок).



Дождь закончился, люди закрыли зонтики и встали, соблюдая дистанцию в 50 см между соседями. Во сколько раз уменьшилась длина очереди? Людей можно считать точками, а зонтики – кругами радиуса 50 см.

2. В маленьком доме в Португалии пол выложен из четырёхугольных плиток одинаковой формы и размера (см. рисунок). Найдите все четыре угла плитки.



Лингвистика

Система письма одного из языков Индии в начале 1970-х годов была подвергнута реформе, чтобы облегчить использование пишущих машинок. Даны семь слогов в латинской транскрипции, написание четырёх из которых изменилось в результате реформы, и все их записи на этом языке по старой и по новой системе в перепутанном порядке:

k^ha, k^hra, ṭru, dā, du, pra, mā

а) Установите правильные соответствия.

б) Определите, какие четыре записи сделаны по новой системе, а не по старой.

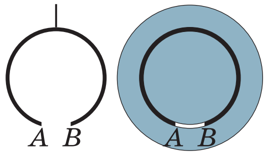
в) Запишите в латинской транскрипции:  .

Физика

1. Почти все тела (в частности, все металлы) при нагревании увеличиваются в размерах. Это явление называется тепловым расширением.

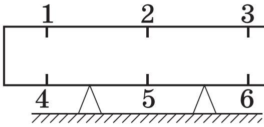
а) Сделаем из металлической проволоки кольцо с зазором AB, подвесим его на ниточке и нагреем. Увеличится или уменьшится при этом ширина зазора?

б) Тот же вопрос, если кольцо плотно вставить между двумя цилиндрами (см. рисунок). Тепловым расширением цилиндров можно пренебречь.

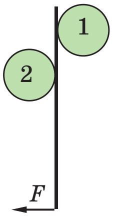


а) б)

2. Цилиндрическое бревно положили на две опоры и пытаются пилить в показанных на рисунках точках. В каких точках пилу заклинит, а в каких – нет? Для каких точек на этот вопрос нельзя дать однозначного ответа?



3. Две одинаковые бочки стоят на полу. Между ними вставили палку так, как показано на рисунке (вид сверху), и приложили к её концу горизонтальную силу, величину которой стали плавно увеличивать. Какая из бочек сдвинется первой?



Биология

1. Белка – известный персонаж детских сказок и рассказов. Во многих городах её можно встретить в парках, выпрашивающую угощения. Особенно выручают такие столовые белок зимой, когда корма совсем мало. В природе белки обитают в густых лесах, где им приходится рассчитывать только на себя. Напишите, чем могут питаться белки в природе в зимнее время года. Какие ещё звери и птицы могут претендовать на их корм?

2. Оставляя на продолжительное время банку с, казалось бы, чистой водой, через некоторое время мы обнаруживаем, что стенки банки зеленеют. Это различные водоросли, которые начинают развиваться в воде. С чем связано такое «самозарождение»? Какие ещё организмы мы сможем найти в таком искусственном водоёме через некоторое время и какие условия среды позволяют им там жить?

История

Во многих европейских языках слова со значением «Король» звучат совсем иначе, чем по-русски. Как это получилось? Из каких древних языков пришли к нам эти титулы? Какие из них имеют однокоренные русские слова?

Художник Сергей Чуб

НАШ КОНКУРС, IV ТУР
(«Квантик» № 12, 2022)

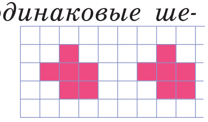
16. *В дате последнего дня этого года (*31.12.22*) одна цифра встречается один раз, другая – два раза, третья – три раза. Найдите следующую дату с тем же свойством.*

Ответ: 02.02.23. Поищем подходящую дату в 2023 году. Номер любого месяца начинается с 0 или 1, дата оканчивается на 23, всего в записи участвуют лишь 3 цифры – значит, дата составлена из цифр 0, 2, 3 или 1, 2, 3. Тогда наименьшее число, которое можно составить – это 02; остаётся убедиться, что дата 02.02.23 подходит.

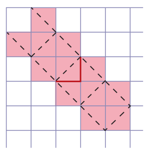
17. *Известно, что N – натуральное число, а среди дробей $\frac{2}{N}, \frac{3}{N}, \frac{4}{N}, \frac{5}{N}, \frac{6}{N}, \frac{7}{N}, \frac{8}{N}, \frac{9}{N}, \frac{10}{N}$ ровно одна несократимая. Какая?*

Ответ: $\frac{5}{N}$ или $\frac{7}{N}$. Если число N нечётно, то по крайней мере три дроби ($\frac{2}{N}$, $\frac{4}{N}$ и $\frac{8}{N}$) будут несократимы – противоречие. Значит, N чётно. Аналогично, N делится на 3 (иначе $\frac{3}{N}$ и $\frac{9}{N}$ несократимы). Тогда N кратно 6, и все дроби, кроме $\frac{5}{N}$ и $\frac{7}{N}$, можно сократить на 2 или на 3. При $N=30$ несократима только дробь $\frac{7}{N}$, а при $N=42$ несократима только дробь $\frac{5}{N}$.

18. *Квантик вырезал две одинаковые шестиклеточные фигуры, как на рисунке. Можно ли ими обклеить поверхность куба без наложений и пустых мест?*



Ответ: да. Приложим части друг к другу, как показано на рисунке. Согнув полученную фигуру по пунктирным линиям, мы сможем обклеить кубик, грани которого равны пунктирным квадратам.



19. *Буквы русского алфавита заменены числами от 1 до 33 в неизвестном порядке (разные буквы – разными числами). Эмма записала этим кодом своё имя (без пробелов), и так же поступили Вера и Леонтий.*

а) Может ли быть, что Эмма и Вера написали одно и то же число?

б) Может ли быть, что одно и то же число написали Эмма и Леонтий?

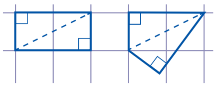
а) Ответ: да, например, 12334 (Э = 12, М = 3, А = 4, В = 1, Е = 2, Р = 33).

б) Ответ: нет. В имени «Эмма» 4 буквы, значит, оно записано не более чем 8 цифрами. В имени «Леонтий» 7 букв, значит, если эти имена зашифрованы одинаково, то в их записи либо 7, либо 8 цифр. Тогда буква М зашифрована двузначным числом (иначе «Эмма» превратится в не более чем шестизначное число). Но в имени «Леонтий» нет повторяющихся пар букв – значит, последняя цифра первой буквы М и первая цифра второй образуют число, зашифровывающее одну и ту же букву. Тогда каждое имя превратилось в 8-значное число, причём «двузначных» букв 4: это Э, М, А и Н. Двузначный номер может начинаться только с 1, 2 или 3 – значит, какие-то две из этих букв начинаются с одного и того же числа. Но каждой из «двузначных» букв соответствует своя «однозначная» первая: Э = ЛЕ, М = ОТ, Н = ТО, А = ИЙ – значит, какие-то из букв Л, О, Т, И окажутся заменены одной и той же цифрой – противоречие.

Э		М		М		А	
Л	Е	О	Н		Т	И	Й

20. *Найдите наибольшую возможную площадь четырёхугольника, какие-то две стороны которого равны* 1 *и какие-то две стороны равны* 2.

Ответ: 2 (см. примеры на рисунке). У такого четырёхугольника найдутся соседние стороны длин 1 и 2. Тогда можно провести диагональ, делящую четырёхугольник на два треугольника со сторонами 1 и 2 каждый. Но среди всех таких треугольников наибольшую площадь имеет тот, у которого угол между этими сторонами прямой. Это видно, например, из формулы площади треугольника: длину стороны надо разделить пополам и умножить на длину высоты к этой стороне. (Если не знаете эту формулу, попробуйте её доказать с помощью... ножниц.) Наибольшая высота к стороне 2 будет равна 1, когда вторая сторона ей перпендикулярна. Поэтому четырёхугольник максимальной площади сложен из двух половинок прямоугольника 1×2 (склеенных по «диагонали») и равен ему по площади.



МОРОЗ И СОЛНЦЕ **(«Квантик» № 12, 2022)**

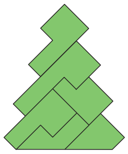
1. См. статью «От горячего к холодному: теплопроводность» в этом номере журнала.

2. Эта задача – про тепловое расширение. Металлы сильно расширяются при нагревании. Кольцо нужно нагреть, при этом оно расширится, причём увеличится как внешний, так и внутренний его радиус. Как же нагреть кольцо? Маленькое колечко может быть достаточно подержать рукой. Если нет – можно погреть его зажигалкой. А можно (если деревянный стержень позволяет) просто взять всю конструкцию в дом. В тепле дерево, конечно, тоже нагреется, но оно при нагреве расширяется значительно меньше, чем железо.

3. Противоречия нет. При смешивании снега или льда с солью температура, действительно, понижается, но важно, что *смесь при этом тает* (из-за расхода тепловой энергии на таяние температура, собственно, и понижается). Так дворники борются со слоем льда, на котором можно поскользнуться. Возникают, правда, и неприятные побочные эффекты – например, солёная смесь разъедает обувь.

4. Это экваториальные области, где нет смены времен года и, следовательно, годовые кольца не образуются.

ЁЛОЧКА-2023
(«Квантик» № 1, 2023)



УКЛАДЫВАЕМ КИРПИЧИ
(«Квантик» № 1, 2023)

На этих поддонах кирпичи и перевозят. Каждый слой укладки «ёлочкой» цепляется за соседний – и у такой укладки меньше шанс развалиться, когда штабель в дороге трясёт. Обыкновенную укладку иногда дополнительно укрепляют, перевязывая штабель стропами, – чего не требуется для укладки «ёлочкой».

ТРИ ПИЦЦЫ

1. Переложим части (рис. 1).

3. *Подсказка*: проведите пунктирные линии параллельно сторонам треугольника (рис. 2).

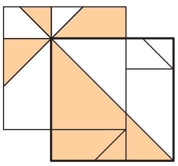


Рис. 1

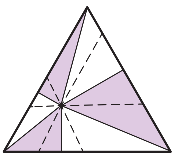


Рис. 2

Обе задачи и их решения взяты из книги «Задачи на вырост» В.В.Произволова. Там же есть доказательство теоремы о круглой пицце.

ОТ ГОРЯЧЕГО К ХОЛОДНОМУ: ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

1. Дело не в том, что у воды коэффициент теплопроводности выше, чем у сухого песка, а в том, что он выше, чем у воздуха. Своей низкой теплопроводностью песок отчасти обязан воздушным промежуткам между песчинками. Вода заполняет их – поры исчезают, теплопроводность резко возрастает. А теплопроводность «самого материала, из которого сделаны песчинки», довольно большая – по крайней мере, больше, чем у воды. Поэтому в смеси «песок-вода» уже песок увеличивает теплопроводность.

2. Та же причина: снег – это кристаллики льда, между которыми – «пустые места», заполненные воздухом. У свежего снега «пустот» намного больше, и коэффициент теплопроводности гораздо меньше: 0,1 – 0,15 Вт/мК.

ЧТО ЭТО ЗА БУКВЫ?

1. Это буквы *Ъ* и *Ь*. Твёрдый знак бывает только разделительный, то есть по сути имеет ту же функцию, что пробел («тишина»): *подъезд* читается примерно так же, как если бы было написано *под езд*; а мягкий знак бывает и разделительный (*ночью* читается как *ноч ю*), и смягчающий («нежность»), как в слове *пять*.

Буквы *Ъ* и *Ь* напоминают, что в русском языке прочитать слово – не то же самое, что прочитать последовательно каждую из его букв. Показывает это и следующая задача.

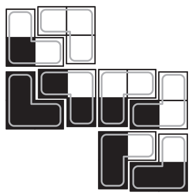
2. *Куль*, *рай*, *ноль*. В обратном порядке надо произносить звуки, а не писать буквы!

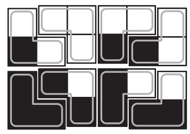
3. До реформы русской орфографии, упомянутой в условии задачи 4, писали «Блокъ» – действительно, 5 букв.

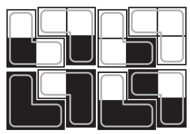
4. Буква «І» сохранилась в букве «Ы». Ещё в XIV веке её писали в виде «Ꙑ». Можно найти следы буквы «І» и в букве «Ю».

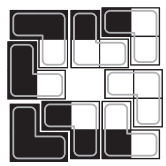
ВОСЕМЬ ДВУХЦВЕТНЫХ УГОЛКОВ

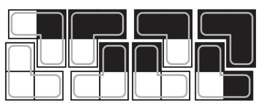
1.

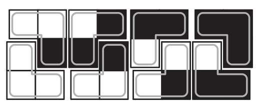
а) 

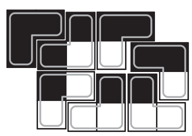
б) 

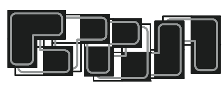
в) 

г) 

д) 

е) 

ж) 

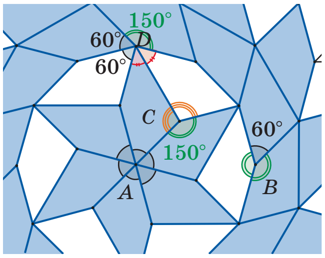
2. 

XLV ТУРНИР ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА. Избранные задачи

Математика

1. Ответ: в 2,2 раза. Длина очереди с зонтиками складывается из 11 диаметров зонтов, то есть из 22 частей-радиусов длины 50 см. Длина очереди без зонтиков – это 10 промежутков между 11 людьми, причём каждый из промежутков также равен 50 см. Значит, длина очереди уменьшилась в $22:10=2{,}2$ раза.

2. Ответ: 45°, 60°, 105° и 150°.



Вокруг вершины A в центре мозаики 6 одинаковых углов с общей вершиной образуют полный угол, значит, каждый из них равен $360°:6=60°$. При вершине B полный угол в 360° складывается из уже известного нам угла 60° и ещё двух равных между собой – следовательно, они составляют по 150°.

С помощью вершины C вычисляем ещё один угол: он равен $(360°-150°):2=105°$. Последний угол находим с помощью вершины D: он равен $(360°-150°-2\cdot60°):2=45°$ (или пользуемся тем, что сумма углов четырёхугольника равна 360°).

Лингвистика

Речь идёт о языке *малаялам*. На нём говорят около 35 млн человек на юго-западе Индии. Из того, что 11 знаков письма малаялам соответствуют 7 слогам в транскрипции, следует, что 4 знака изменились в результате реформы и представлены в двух видах, а 3 знака остались прежними.

Поищем знаки, которые можно объединить в пары «старое написание – новое написание». Видно, что для любого знака с завитушкой, идущей от правого нижнего угла к левому верхнему, есть такой же знак, но без завитушки, а с «клюшкой» слева. Для любого знака с кружком снизу есть такой же знак, но с этим кружком, вынесенным направо под отдельную дужку.

Тогда получается, что есть 4 пары знаков и 3 знака без пары, как нам и необходимо.

Система	1	2	3	4	5	6	7
I	ഖ്ര	പ്ര	ട്രു	ദു	ദാ	മാ	ഖ
II	്രഖ	്രപ	്രടു	ദു			

Реформа проводилась для того, чтобы облегчить использование пишущих машинок. На обычной пишущей машинке число клавиш ограничено, а символы набираются слева направо. Поэтому слитные знаки (система I) неудобны: если размещать каждый знак с завитушкой, с кружком и с их сочетанием на отдельной клавише, то клавиш не хватит, а набирать завитушки и кружки отдельно невозможно, потому что их форма и расположение зависят от базового символа. Значит, система I – это письмо малаялам до реформы, а система II, в которой уменьшается количество слитных знаков и обеспечивается линейность письма, – это новая система.

Теперь надо установить соответствия написания и произношения. Завитушка, она же клюшка, встречается три раза (знаки 1, 2, 3), а в транскрипциях 3 раза встречаются только *r* и *a*. Но если мы предположим, что это *a*, то завитушка/клюшка должна будет два раза встретиться с одним и тем же элементом, который будет обозначать k^h (в слогах k^ha и k^hra). Этого не происходит, а значит, завитушка/клюшка – это *r*. Знак 7 получается из знака 1 вычитанием завитушки/клюшки, то есть *r*: значит, 1 – это k^hra, а 7 – это k^ha. Кружок под буквой или на отдельной дужке встречается два раза (знаки 3 и 4) – значит, это либо *d*, либо *ā*, либо *u*. Но один раз (в знаке 3) он сочетается с завитушкой/клюшкой, то есть с *r*, из чего следует, что кружок – это *u*, а 3 – это *ṭru*. Тогда 2 – это *pra*, 4 – это *du*, а 5 – *dā*. Оставшийся знак 6 – это *mā*. Подкова справа от базового знака обозначает гласный *ā*, а гласный *a* не имеет специального обозначения: базовый знак – это и есть символ, который читается как «согласный + *a*».

Мы получили **ответ на задания 1 и 2:**

Система	1	2	3	4	5	6	7
Старая	ഖ്ര	പ്ര	ട്രു	ദു	ദാ	മാ	ഖ
Новая	്രഖ	്രപ	്രടു	ദു			
	k^hra	*pra*	*ṭru*	*du*	*dā*	*mā*	k^ha

Для наглядности обобщим всё сказанное про способы передачи различных гласных и *r* между согласным и гласным на примере слогов с согласным k^h (не забывая, что *r* может сочетаться с разными гласными, а не только с *a*):

Система	*a*	*ā*	*u*	*r*
Старая	ഖ	ഖാ	ഖു	ഖ്ര
Новая			ഖു	്രഖ

Ответ на задание 3:

Знак 8 – *ṭa* по обеим системам, знак 9 – *drā* по старой системе.

Система	8	9
Старая	ട	ദ്രാ
Новая		
	ṭa	*drā*

Физика

1. Ответ: а) увеличится; б) уменьшится.

а) Свободно висящая проволока при нагревании расширится во все стороны. Зазор AB будет занимать ту же долю кольца, что и раньше, но размеры самого кольца станут больше. Соответственно, зазор увеличится.

б) В этом случае цилиндры не дадут проволоке расшириться вбок, она останется дугой окружности прежнего диаметра. А вот длина этой дуги увеличится – цилиндры этому не мешают. В результате концы проволоки сблизятся и зазор AB уменьшится.

2. Ответ: в точках 4 и 6 заклинит, в точках 1 и 3 не заклинит, ответ для точек 2 и 5 зависит от толщины бревна.

Пилу заклинит, если пытаться пилить в том месте, где древесина сжата, и не заклинит, если в месте распила древесина растянута. Концы бревна, выступающие за опоры, под действием силы тяжести изогнутся вниз (рис. 1, величина изгиба сильно увеличена для наглядности). При таком изгибе бревно в верхней части растягивается, а в нижней сжимается. Поэтому в точках 1 и 3 пилу не заклинит, а в точках 4 и 6 – заклинит.

Для части бревна между опорами возможны два случая. Если бревно не очень толстое, а расстояние между опорами велико, эта часть под собственным весом опустится вниз и изогнётся (рис. 2). В этом случае пилу заклинит в точке 2, а в точке 5 – не заклинит.

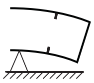


Рис. 1

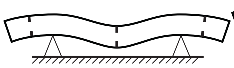


Рис. 2

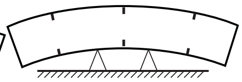


Рис. 3

Если же бревно достаточно толстое, а расстояние между опорами невелико, «свисающие» за опорами части бревна изогнут среднюю часть вверх (рис. 3). Тогда пилу заклинит в точке 5, а в точке 2 – не заклинит.

3. Ответ: бочка 2.

Бочки одинаковые, поэтому первой сдвинется та, на которую палка давит с большей силой. По третьему закону Ньютона палка давит на бочку с той же силой, с которой бочка давит на палку.

Посмотрим на силы, действующие на палку. Сила F и бочка 1 толкают палку в одну сторону, а бочка 2 – в другую. Пока палка находится в равновесии, бочка 2 давит на палку так же, как бочка 1 и сила F вместе взятые. В частности, пока бочки не начали двигаться, бочка 2 толкает палку сильнее, чем бочка 1. Значит, первой сдвинется бочка 2.

Биология

1. Белки зимой едят семена шишек хвойных деревьев, кедровые и лесные орехи, жёлуди, грибы, ягоды, хвою, кору, лишайники, мох. Основные конкуренты белок – птицы (дятлы, клесты, сойки) и грызуны.

2. Вода, которая кажется нам чистой, на самом деле может содержать микроорганизмы, которые в небольших количествах незаметны, но станут видны, когда размножатся (зелёный налёт на стенках банки дают, к примеру, микроскопические цианобактерии или зелёные водоросли).

В воде или на стенах банки могли остаться споры бактерий или водорослей, способные «переждать» непригодные для жизни условия и размножиться в благоприятных. Споры, яйца или цисты могли попасть в открытую банку и по воздуху (вместе с пылью). Чтобы организмы могли существовать в банке, им необходимо питание. На первой стадии в практически чистой воде могут развиваться организмы, занимающиеся фотосинтезом (например, водоросли) – им не нужно ничего, кроме воды, углекислого газа (из воздуха) и света, а также небольшого количества минеральных солей, которые обычно присутствуют в воде из водопровода или природного источника. В дальнейшем могли появиться организмы, питающиеся водорослями или их остатками – инфузории, амёбы и другие одноклеточные, а также мелкие черви, личинки комаров, бактерии, некоторые грибы, и даже мелкие ракообразные (хоть и маловероятно). Для многих организмов важно наличие кислорода, а для оседания на стенках банки – свободное место.

История

В германских европейских языках слово со значением «король» происходит от прагерманского «kuning» (немецкий «der König», английский «king», нидерландский «koning» и т.п.). Именно отсюда приходит русское слово князь.

В романских европейских языках слово со значением «король» происходит от латинского слова «rex» (французский «roi», испанский «rey» и т. п.). Отсюда же происходит русское слово «регент» (ср. с латинским «regina», королева).

Слово «король» в русском языке (и родственные ему в других славянских языках) происходит от имени Карла Великого (Carolus Magnus).

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Второй этап состоит из четырёх туров (с V по VIII) и идёт с января по апрель.

Высылайте решения задач VI тура, с которыми справитесь, не позднее 5 марта в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

VI ТУР

26. На остановке останавливаются автобусы 3, 4 и 5, причём автобус №3 ходит каждые 3 минуты, автобус №4 – каждые 4 минуты, а автобус №5 – каждые 5 минут. Аня заметила, что на остановку приходило по одному автобусу в 10:00, 10:01, 10:02, 10:03 и 10:05. Какой был номер у автобуса, приехавшего в 10:05, и почему?

27. Ребятам задали на дом вырезать из картона 5 тетраминошек, как на рисунке 1.

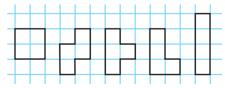


Рис. 1

Перед уроком Петя и Вася поняли, что неправильно записали задание и вырезали по пять пентаминошек. Фигурки Пети изображены на рисунке 2, а Васины – на рисунке 3.

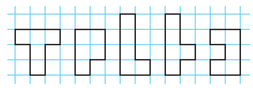


Рис. 2

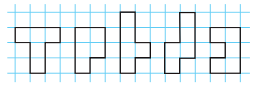


Рис. 3

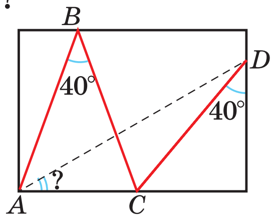
Сможет ли Петя отрезать по одной клетке от каждой своей фигурки так, чтобы в результате получился нужный набор? А сможет ли Вася? (нарисуйте, какие клетки нужно отрезать, или объясните, почему получить нужный набор не удастся).

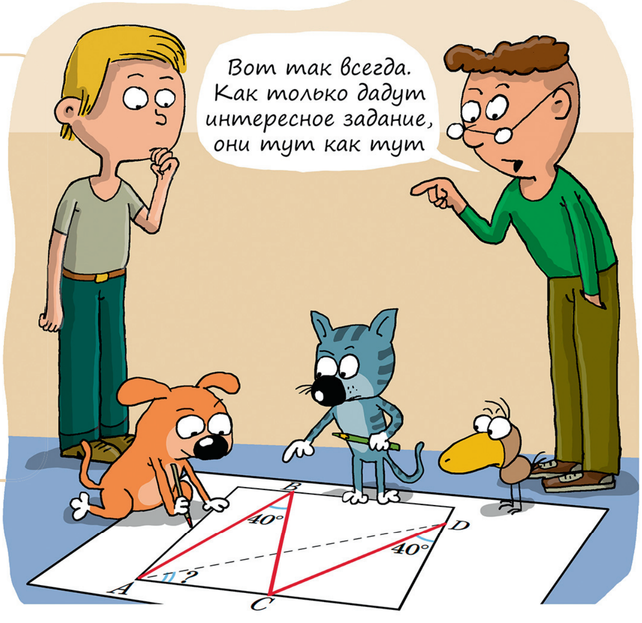
Авторы: Татьяна Корчемкина (26, 27), Олег Смирнов (28), Борис Френкин (29), Михаил Евдокимов (30)

28. Федя увидел в спортивном магазине гантели. Каждая гантель представляла собой два одинаковых стальных диска, насаженных на стержень. У разных гантелей диски были разного диаметра, но толщина всех дисков была одна и та же, и все стержни были одинаковыми. Увидев, что гантели с дисками диаметра 5 см весят 5 кг, а гантели с дисками диаметра 7 см весят 7 кг, Федя удивился: это не сходилось с известной ему формулой πR^2 для площади круга радиуса R. Разберитесь, что не учёл Федя, и найдите диаметр дисков у гантелей весом 13 кг.

29. По шахматной доске 8×8 прошла хромая ладья (каждым ходом она переходила в клетку, соседнюю по стороне; возможно, в некоторые клетки она зашла несколько раз, а в некоторые не зашла совсем). Количество вертикальных ходов было вдвое больше, чем количество горизонтальных. Ладья начала движение в левом нижнем углу, а закончила в каком-то другом. В каком именно?

30. Вершины ломаной $ABCD$ лежат на сторонах прямоугольника (см. рисунок). Все звенья ломаной равны, а два отмеченных на рисунке угла равны 40°. Чему равен угол CAD?





Художник Николай Крутиков

КОНУС И ЕГО ТРЕУГОЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ

На рисунке вы видите прямой круговой конус. Его боковую поверхность можно получить, вращая палку с закреплённым верхним концом. В нашем случае длина образующей (вращающейся палки) равна 5, а диаметр основания равен 8. Представьте, что этот конус сплошной и сделан из пластилина, а мы разрезаем его ножом, чтобы в разрезе получился треугольник. Какова наибольшая возможная площадь такого треугольника?

ISSN 2227-7986
9 772227 798237 23002

Автор Григорий Гальперин

Задача предлагалась на XLV Турнире им. М. В. Ломоносова

Художник Алексей Вайнер